المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵙⵎⴰⵏⵓⵏ

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016

- الموضوع -

NS 22

★★

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	2.5 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8.5 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول : (2.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n}$ لكل n من IN

1) تحقق من أن $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2+(3-u_n)}$ لكل n من IN ثم بين بالترجع أن $u_n < 3$ لكل n من IN 0.75

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN 0.75

ب- بين أن $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$ لكل n من IN ثم اكتب u_n بدلالة n 0.5

ج- حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.5

التمرين الثاني: (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(2,1,3)$ و $B(3,1,1)$ و $C(2,2,1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ 0.5

ب- استنتج أن $2x + 2y + z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 0.5

2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,-1,0)$ و أن شعاعها هو 6 0.5

ب- بين أن $d(\Omega,(ABC)) = 3$ و استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) 0.5

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) 0.5

ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هو النقطة B 0.5

التمرين الثالث: (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4z + 29 = 0$ 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط Ω و A و B التي ألحاقها على التوالي هي ω و a و b بحيث $\omega = 2+5i$ و $a = 5+2i$ و $b = 5+8i$

أ- ليكن u العدد العقدي بحيث $u = b - \omega$ 0.75

تحقق من أن $u = 3+3i$ ثم بين أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

ب- حدد عمدة للعدد العقدي $\bar{u}$ ($\bar{u}$ يرمز لمرافق العدد العقدي u) 0.25

ج- تحقق من أن $a - \omega = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$ و أن $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ 0.75

د- نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$ 0.5

حدد صورة النقطة A بالدوران R

التمرين الرابع: (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء و ست كرات خضراء .
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

1) ليكن A الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " . — 1
بين أن $p(A)=\frac{2}{15}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

أ- بين أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي $\{2,3,4\}$ — 0.5

ب- بين أن $p(X=3)=\frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X — 1.5

مسألة: (8.5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\,cm$)

I-1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ — 0.25

ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ — 0.5

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ — 0.5

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة . — 0.5

3) أ- بين أن $f'(x)=2(e^{x}-1)^{2}$ لكل x من IR — 0.5

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على IR (لاحظ أن $f'(0)=0$) — 0.25

ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1,\ln 4[$ بحيث $f(\alpha)=0$ — 0.75

4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $]\ln 4,+\infty[$ وتحت المستقيم (D) على المجال $]-\infty,\ln 4[$ — 0.5

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(0,-5)$ — 0.5

ج- أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\ln 4\approx 1,4$ و $\alpha\approx 1,3$) — 0.75

5) أ- بين أن $\int_{0}^{\ln 4}(e^{2x}-4e^{x})\,dx=-\frac{9}{2}$ — 0.5

ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور الأراتيب و المستقيم الذي معادلته $x=\ln 4$ — 0.5

II-1) أ- حل المعادلة التفاضلية $(E):\ y''-3y'+2y=0$ — 0.5

ب- حدد الحل g للمعادلة (E) الذي يحقق الشرطين $g(0)=-3$ و $g'(0)=-2$ — 0.5

2) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]\ln 4,+\infty[$ بما يلي : $h(x)=\ln(e^{2x}-4e^{x})$

أ- بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} و أن h^{-1} معرفة على IR — 0.75

ب- تحقق من أن $h(\ln 5)=\ln 5$ ثم حدد $(h^{-1})'(\ln 5)$ — 0.75